# 乱流への転移に対する簡単なモデルと定常乱流状態の統計的性質(基研長期研究計画「非線型・非平衡状態の統計力学」,研究会報告)

AUTHOR(S):

藤坂, 博一

CITATION:

藤坂, 博一. 乱流への転移に対する簡単なモデルと定常乱流状態の統計的性質(基研長期研究計画「非線型・非平衡状態の統計力学」,研究会報告). 物性研究 1978, 29(6): F39-F41

ISSUE DATE:

1978-03-20

URL:

http://hdl.handle.net/2433/89489

Olsen, L. F. and Degn, H., Nature **267**, 177 (1977)
Schmitz, R. A., Graziani, K. R. and Hudson, J. L., J. Chem. Phys. **67**, 3740 (1977)
Nagashima, T. and Shimada, I. Prog. Theor. Phys. **58**, 1318 (1977)
Shimada, I. and Nagashima, T., Prog. Theor. Phys. (to appear)
9. Tomita, K., Kai, T. and Hikami, F., Prog. Theor. Phys. **57**, 1159–1177 (1977); Prigogine, I. and Lefever, R., J. Chem. Phys. **48**, 4977 (1968)
10. e.g. Ueda, Y., Akamatsu, N. and Hayashi, C., Trans. IECE **56A**, 218 (1973)
Hayashi, C. and Ueda, Y., Nonlinear Vibration Problems (Zagadnienia Drgan Nieliniowych, 1973) p. 341.

# 乱流への転移に対する簡単なモデルと定常乱流状態の統計的性質

九大・理　藤　坂　博　一

最近，色々な系で流体乱流とよく似た性質が観測されており，流体乱流は自然界に普遍的に存在する巨視的状態としての乱流の一つの例であるという見方になりつつある。ここ一年半程，山田氏（九大工）と乱流の発生と統計的な性質について調べているので報告する。

N個の同等な limit-cycle oscillator の系を考え，運動は次式に従って行なわれているとする。[1)]

$$\dot{w}_j = (1+ic_0)w_j - (1+ic_2)|w_j|^2 w_j + (e/N)(1+ic_1)\sum_{\ell=1}^{N}(w_\ell - w_j) \quad (1)$$

$w_j$ は j 番目の振動子の変数であり，e は振動子の相互作用の強さを表わす。(1)は $\nu = 1+c_1c_2$ として $\nu > 0$ のときは引き込み解 $w_j = \exp(i\Omega_n t)$，$\Omega_n = c_0 - c_2$ しか解として持たない。$\nu < 0$ のとき系は e に依存して多様な運動が実現される。我々は $\nu < 0$ のとき N＝2，3 について e を外部変数として数値的に(1)を解き，power-spectrum analysis を行った。

N＝2のときeを変化させることによって系はsingly ↔ doubly periodicの状態間を転移するが乱流的なふるまいは実現されない。N＝3のときsingly → doubly → turbulentの転移を行ない，triply periodic 以上の多重周期運動は存在せず系は乱流的になることが確認された。周期状態では系の対称性はくずれているが，一たび乱流になると対称性は回復する。つまり，どのような弱い乱流状態でも空間的な構造はたちまちこわれて了う。この系に対して軌道の安定性も調べた。周期状態では軌道はasymptoticに安定だが，乱流状態ではわずかに離れた2つの軌道は時間的に指数関数的に離れていく。この離散率をhとすると，hはpower-spectrumの幅（相関時間の逆数）の単調増加関数になっている。以上，我々の模型はRuelle-Takens像[2)]による乱流への転移と非常によく似ているように思われる。

定常乱流状態の統計的性質を知るにはさしあたり，平均値，分散および時間相関関数が知れればよい。議論を簡単にするには微分方程式の乱流状態にある種の射影を行った一変数の差分方程式を考えた方がよい。これを $X_{t+1}=F(X_t)$ としよう。tはdiscrete timeである。この方程式は例えばLorenz乱流に対して得られている。今，この方程式が乱流解を持ち，更に定常分布をもつと仮定する。定常状態における $X_t$ の揺ぎを $A_t$ とすると厳密に次のLangevin eq. を得る。

$$A_{t+1}=\omega_0 A_t+\sum_{s=0}^{t-1}\varphi_{t-1-s}A_s+q_t(A_0),\quad (|\omega_0|<1) \tag{2}$$

ここで $|\omega_0|$ は“bare damping rate”で $\varphi_s$ は $\omega_0$ への繰り込みの効果を持つ。$q_t$ は“揺動力”であり，$A_0$ と直交している。ある特別な模型に対しては $\varphi_s$ は厳密に0になり，このとき時間相関関数は指数関数的に0になる（相関時間 $\tau=-1/\ell n|\omega_0|$）。更にこの場合，$q_t$ はwhite-spectrumを持ち，

$$\langle q_t(A_0)\,q_s(A_0)\rangle/\langle A_0^2\rangle=(1-\omega_0^2)\,\delta_{ts} \tag{3}$$

なる関係がある。＜---＞は定常分布に関する平均である。(3)は揺ぎが強くなると，dampingが大きくなることを表わしており，言わば差分系における第二種の揺動・散逸定理と言える。差分系の統計的扱いについては他に色々と調べているが，具体的な結果の報告は別の機会に行ないたい。

## 参 考 文 献

(1) T. Yamada and H. Fujisaka, to be appeared in Z. Physik B.
(2) D. Ruelle and T. Takens, Comm. Math. Phys. **20** (1971), 167.

# 「多モード励起系の非周期的解」

京大理　木 立 英 行

非線型非保存の連成振動子系の解の性質は，二つの観点からみて興味ある問題である。その一つは流体の乱流解の新しい解釈 (Ruell and Takens) に関するものであり，他の一つは，保存系の連成振動子系との対比である。前の問題については，R·T の論文によれば，極めて一般的にこの種の力学系は乱流的様相を示し，しかも乱れの度合は従来の乱流像と比較して，はるかに強いものであることが期待できる。つまり，乱流解は一般的に，準周期的な解ではなく，非周期的でありかつ混合的な性質を持つ解と考えようという訳である。しかし一方，力学系の問題として考えるならば，このような提案は自明のことではない。それは，保存力学系は，解の中立安定性から，乱流状態に対応する，エルゴード的な振舞いが期待できるが，非保存系の場合は，解は中立安定ではなく，一般的にアトラクターを持っている。この性質は，R·T の理論に反して，連成振動子系の安定性を予想させる。そこで，この種の系で，もっとも簡単な，結合ファンデァポル振動子系をモデルとして使い，準周期的な非摂動解が，漸次的な摂動項 $\propto \mu$ の増大に伴なってどのように変化していくかを調べてみることにした。

まず，準周期的な解が存在しえなくなる摂動項のクリティカルの大きさを調べるためにmean divergence rate を調べ，これが正となる $\mu_c$ を求めるとこれは定性的な議論から導びかれる値とほぼ一致して，O(1)である。これは，モデルに依存せず，非保存系であることに大きく関わる性質と考えられる。完全な証明はできていないが，展開定理を使うことにより，保存系と対比して考えると，少なくとも，小さな分母の問題は生じないことが判る。このことからも推測できる。$\mu$ が $\mu_c$ をこすと，準周期解ののっている，